

УДК 531.3+004.02

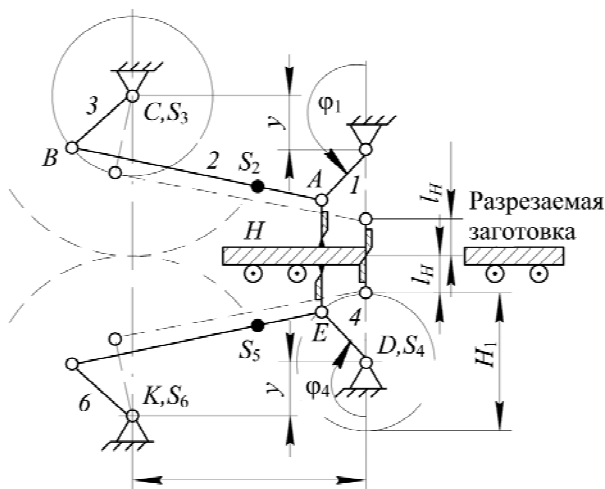
Д. В. Гапанюк, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель (БГТУ);
Е. В. Русак, студент (БГТУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ С ПОМОЩЬЮ MATHCAD

В работе использовали пакет Mathcad для решения задач динамического анализа и синтеза рычажных механизмов с низшими кинематическими парами. Описана методика оцифровки индикаторных диаграмм. Приведено решение дифференциального уравнения движения машины с учетом реальной механической характеристики двигателя.

Package Mathcad is used for the decision of problems of the dynamic analysis and synthesis of lever mechanisms with the lowest kinematic couples. The technique of numbering of display diagrams is described. The decision of the differential equation of movement of the car taking into account the real mechanical characteristic of the engine is described.

Введение. При проектировании отдельных механизмов машинного агрегата с применением Mathcad предоставляется возможность решения задач динамики машинного агрегата в целом. Покажем эту возможность дополнительного расширения и углубления задач курсового проектирования по теории механизмов и машин на основании имеющихся разработок по проектированию рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов [1]. В качестве примера рассмотрим проектирование агрегата кривошипно-рычажных летучих ножниц [2] (рис. 1).



ваются способы компьютерной обработки всех диаграмм, представленных в работе [2].

Дадим описание фрагмента этой работы по обработке индикаторной диаграммы в нашем случае.

Сначала по Y координате конца ножниц в i -м положении YE_i находим величину вертикального смещения кромки ножа относительно первоначального (крайнего) положения:

$$SE_i = YE_i - YE_1. \quad (1)$$

Установив максимальное значение этой функции $\max(SE)$, определяем значение аргумента по диаграмме, которое соответствует i -му положению механизма:

$$t_i = \frac{SE_i}{\max(SE)}. \quad (2)$$

Данные оцифровки диаграммы представляем вектор-столбцами аргумента и функции:

$$x := (0 \ 0.315 \ 0.3825 \ 0.45 \ 1)^T$$

$$p := (0 \ 0 \ 2100 \ 0 \ 0)^T$$

Применив в данном случае кусочно-линейную интерполяцию, находим значения силы P для каждого i -го положения. Поскольку на холостом ходу ($i = 1..a$, a – номер второго крайнего положения) сила отсутствует, то здесь $P_i = 0$, соответственно, в положениях, отвечающих рабочему ходу ($i = a..360$), значения P_i определяются интерполяцией диаграммы $P_i = \text{Lin}(t_i)$, где $\text{Lin}(t) = \text{interp}(x, p, t)$.

С учетом найденных значений P_i уточняем ранее рассчитанные значения приведенного момента сил тяжести и сил производственных сопротивлений. Далее опираясь на данные синтеза зубчатой передачи, кулачкового механизма и предварительно выбранный двигатель, определяем значения приведенного момента инерции машинного агрегата. Этими данными воспользуемся для динамического анализа.

Динамический анализ. Для этого, следуя методике выполнения виртуальной электронной лабораторной работы по учету механической характеристики двигателя, находим зависимость момента двигателя, приведенного к приводному звену механизма.

По среднему значению угловой скорости ($\omega_{cp} = \omega(0)$) и коэффициенту неравномерности работы вычисляем момент инерции маховика:

$$I_{\max 0} := \frac{\Delta K_{naib}}{\delta \omega^2(0)}. \quad (3)$$

Тогда

$$I_{pr}(\alpha) := I_{pr}(\alpha) + I_{\max 0}. \quad (4)$$

Определяем начальное значение кинетической энергии, а также кинетическую энергию $K = K(\alpha)$ в зависимости от угла поворота α :

$$K(0) = 0,5 I_{pr}(0) \omega^2(0), \quad (5)$$

$$K(\alpha) := K(0) + \Delta K(\alpha). \quad (6)$$

Теперь рассчитываем угловую скорость $\omega = \omega(\alpha)$ и представляем ее графически (рис. 2):

$$\omega(\alpha) := \sqrt{\frac{2K(\alpha)}{I_{pr}(\alpha)}}. \quad (7)$$

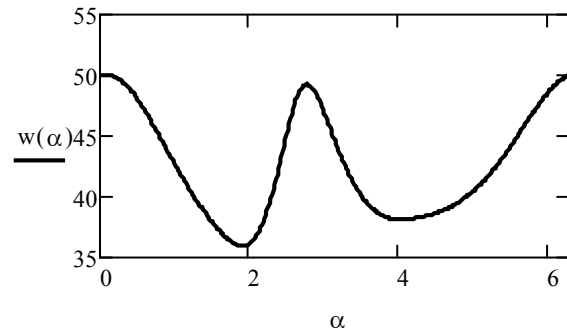


Рис. 2. Изменение угловой скорости звена привода

Двумя способами ведем расчет углового ускорения:

$$\epsilon 1(\alpha) := \omega(\alpha) \frac{d\omega(\alpha)}{d(\alpha)}, \quad (8)$$

$$\epsilon 2(\alpha) := \frac{md - M_{pc}(\alpha) - 0,5\omega^2(\alpha)DI_{pr}(\alpha)}{I_{pr}(\alpha)} \quad (9)$$

и строим графики функций $\epsilon 1$ и $\epsilon 2$ (рис. 3).

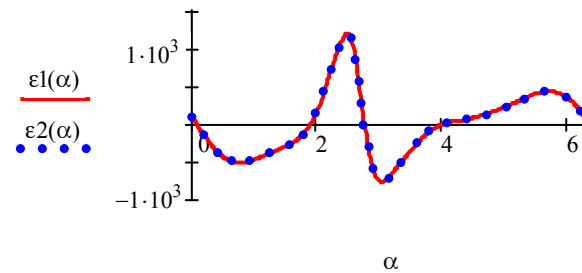


Рис. 3. Изменение углового ускорения звена привода

Далее рассмотрим решение дифференциального уравнения движения машины с учетом механической характеристики двигателя.

Зависимость момента двигателя, приведенного к приводному звену механизма, определяем по формуле [5]

$$M_d = 2\lambda_k U M_{dn} \frac{(n_{dc} - n_{dk})(n_{dc} - n_d)}{(n_{dc} - n_d)^2 + (n_{dc} - n_{dk})^2}, \quad (10)$$

где U – передаточное отношение привода; M_{dn} – значение номинального момента двигателя; n_{dc} , n_{dk} и n_d – синхронная, критическая и текущая частоты вращения ротора соответственно.

Для расчета параметров в приведенной формуле сначала вычисляем среднюю эффективную мощность, потребляемую механизмом:

$$N_{cp} = Md\omega(0). \quad (11)$$

Тогда мощность двигателя с учетом КПД привода ($\eta = 0,9$) составляет $N_d = N_{cp}/\eta$.

По таблице из [5] выбираем двигатель с требуемыми характеристиками (η_d , λ_k , N_{dn} , n_{dn}). Вычисляем $M_{dn} = N_{dn}/\omega_{dn}$. Рассчитываем передаточное отношение привода $U = n_{дн}/n_{ср}$. Находим $n_{dk} = n_{dc} - \lambda_k(n_{dc} - n_{dn})$. Тогда формула для расчета M_d дает зависимость между моментом на валу двигателя и его угловой скоростью.

В свою очередь, обозначив зависимость угловой скорости ведущего звена от угла его поворота как $\omega l(\alpha)$, запишем

$$n_d = \frac{\omega l(\alpha)U \cdot 30}{\pi}. \quad (12)$$

В итоге можем записать зависимость $M_d = M_d(\omega l(\alpha))$.

Для решения дифференциального уравнения и исследования переходных режимов функции $I_{pr}(\alpha)$, $DI_{pr}(\alpha)$ и $M_{pc}(\alpha)$ необходимо преобразовать в периодические с периодом 2π . Для этого используем процедуру:

$$\tau(\alpha) := \alpha - 2\pi \cdot \text{trunc}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right). \quad (13)$$

Решим дифференциальное уравнение, записав вычислительный блок:

Given

$$\begin{aligned} \omega l(\alpha) = & \frac{M_d(\omega l(\alpha)) - M_{pc}(\tau(\alpha))}{I_{pr}(\tau(\alpha))\omega l(\alpha)} - \\ & \frac{0,5DI_{pr}(\tau(\alpha))\omega l^2(\alpha)}{I_{pr}(\tau(\alpha))\omega l(\alpha)}, \\ & \omega l(0) = 50, \\ & \omega l := \text{Odesolve}(\alpha, 20\pi). \end{aligned}$$

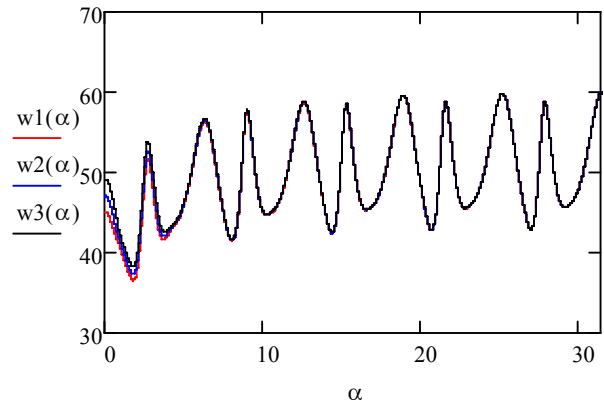


Рис. 4. Зависимости угловой скорости звена приведения при различных начальных условиях

Заключение. В итоге получим искомую зависимость $\omega l = \omega l(\alpha)$ на интервале в 10 периодов. Рассмотрим эту зависимость при различных значениях $\omega l(0)$ (см. рис. 4). Затем данное уравнение используется для анализа различных режимов работы механизма при разнообразных условиях.

Литература

1. Компьютерная механика. Динамический и кинематический анализ механических систем: курс лекций / С. А. Гляков [и др.]; под ред. М. А. Журавкова. – Минск: БГУ, 2006. – 375 с.
2. Теория механизмов и машин: метод. указания и контр. задания / Н. И. Левитский [и др.]. – М.: Высш. шк., 1989. – 127 с.
3. Бокун, Г. С. Использование пакетов Mathcad и Nastran для построения схем механизмов и их кинематического анализа / Г. С. Бокун, Д. В. Гапанюк, Н. В. Козырский // Теоретическая и прикладная механика. – 2011. – Вып. 26. – С. 252–255.
4. Бокун, Г. С. Динамический анализ и синтез рычажных механизмов с использованием Mathcad и Nastran / Г. С. Бокун, Д. В. Гапанюк, Н. В. Козырский // Труды БГТУ. – 2011. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 39–42.
5. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев. – М.: Высш. шк., 2004. – 460 с.

Поступила 28.02.2012